



FACULTAD DE INGENIERÍA
E.A.P. INGENIERÍA INFORMÁTICA

EXAMEN FINAL
SEMESTRE-2006-I

CURSO : **Matemática Discreta**
Grupos : 01 - 02
Profesores : Lic. Guillermo Mas A— - Mg. Euclides Moreno J.
Fecha : 04-07-06
Hora : 18:30—20:30

Nota: Está prohibido el préstamo de calculadoras, correctores y formularios

- No se permite el uso de copias, apuntes ni libros.
- **Proporcione detalles necesarios para justificar sus respuestas.**
- El orden y la limpieza se tomará en cuenta para la calificación

Problema N°1 Sea el conjunto N_1 de los números naturales positivos. Sobre $N_1 \times N_1$ se define la relación binaria " ∇ " como: $(a,b)\nabla(c,d) \Leftrightarrow a/c$ y $b \leq d$

- (1.5 pts) Demostrar que ∇ es una relación de orden. Es orden total?
- Sean $S, T \subseteq N_1 \times N_1$ definidos como:

$$S = \{(1,4), (2,8), (3,8), (30,10), (42,10)\}$$

$$T = \{(2,4), (3,4), (30,8), (210,10), (42,8)\}$$

- (1pt) Dibujar el diagrama de Hasse para S y T correspondiente al orden del enunciado.
- (1.5) Determinar los elementos maximales, minimales, máximo y mínimo si existen para (S, ∇) y (T, ∇)

Problema N°2 (4pts) Dada la función booleana $H : B^4 \rightarrow B$ tal que

$$H(a,b,c,d) = \overline{acd} + \overline{abd} + \overline{abc} + \overline{abc} + \overline{abcd}$$

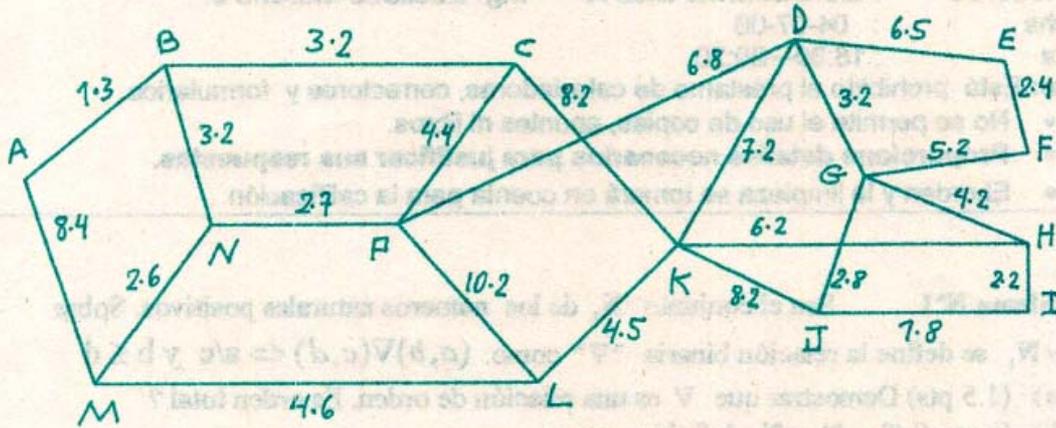
- Determinar la función normal disyuntiva (f.n.d)
- Expresar como suma de mintérminos
- Determinar la función normal conjuntiva (f.n.c)
- Expresar como producto de maxtérminos.

Problema N°3 Contestar en forma clara, ordenada y justificada lo siguiente.

- (1pt) ¿Cuál es la altura máxima de un árbol sobre $M = \{a,b,c,d,e\}$?
- (1pt) ¿Cuál es la altura máxima de un árbol binario completo sobre M ?
- (2pts) ¿Cuál es el número máximo de vértices de un árbol binario completo de altura n ?

Problema N°4

- a) (1pt) Describir el algoritmo de *Kruskal*
- b) (3pts) Utilizando el algoritmo anterior diseñar una red de comunicaciones de mínimo coste que conecte todos los ordenadores representados en el grafo de la figura.



Problema N°5

Sea (G, \cdot) el grupo generado por los elementos a y b tal que

$$a^2 = b^3 = e, \quad a \cdot b = b^2 \cdot a$$

- i) (1pt) Demostrar que $a \cdot b^2 = b \cdot a$
- ii) (2pts) Formar la tabla de operación del grupo (G, \cdot) con los elementos: $e, a, b, b^2, a \cdot b, b \cdot a$
- iii) (1pt) Determinar los subgrupos de (G, \cdot)